

MATEMATIIKKA PITKÄ
Polynomifunktiot MAA2
Ratkaise kahdeksan tehtävää !

27.11.2006

1. Ratkaise yhtälöt a) $5x^2 - 20 = 0$ b) $3x^2 = 5x$ c) $4x^2 + 12x = -9$
2. Ratkaise yhtälöt a) $(x^2 - 16)(5x - 4) = 0$ b) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$ c) $3x^3 + 8x^2 - 33x + 10 = 0$
3. Ratkaise epäyhtälöt a) $6x^2 + x - 2 \geq 0$ b) $4x^3 + 8x^2 < 9x + 18$ c) $\frac{x^2 - 9}{5x + 10} \leq 0$
4. a) Ratkaise funktion $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ nollakohdat sekä huippu. Piirrä funktion kuvaaja tarkasti. Määritä kuvaajan avulla funktion suurin ja pienin arvo.
 b) Jaa tekijöihin i) $9x^2 - 36$ ii) $x^3 - x^2 - 4x + 4$ iii) $x^3 - 4x^2 + 5x$
5. Ratkaise a) $\left(\frac{1}{16}\right)^{x+1} = 4^{x-1}$ b) $27^{2-x} = 9^{2x+1}$ c) $\frac{8^{3x}}{\sqrt[3]{2}} \leq 64$
 d) $9 \cdot 3^{2x} - 10 \cdot 3^x + 1 = 0$
6. a) Määritä se negatiivinen luku, jolle pätee: Kun tämä luku jaetaan kolmella ja tuloksesta vähennetään $\frac{1}{6}$, saadaan kysytyn luvun käänteisluku.
 b) Paperiarkista, jonka pituus on 30 cm ja leveys 20 cm, leikataan joka sivulta samanlevyinen suikale. Laske suikaleen leveys, kun jäljelle jääneen arkin ala on 459 cm^2 .
7. a) Auto maksaa uutena 17 380€. Auton arvo alenee keskimäärin 15 % vuodessa. Mikä on auton arvo 8 vuoden kuluttua?
 b) Yksi ilmansuodatin poistaa 35 % ilman epäpuhtauksista. Kuinka monta prosenttia epäpuhtauksista on jäljellä ilmassa, joka on kulkenut kolmen tällaisen suodattimen läpi?
 c) Kaupungin asukasluku vuoden 1995 alussa oli 8560 ja vuoden 2004 alussa 9910. Kuinka monta prosenttia asukasluku on kasvanut keskimäärin vuodessa?
8. a) Binomi $x - 1$ on polynomin $p(x) = x^3 + ax + b$ tekijä. Kun tämä polynomi $p(x)$ jaetaan binomilla $x - a$, saadaan jakojäännökseksi 9. Määritä vakiot a ja b .
 b) Millä vakion a arvolla murtolauseke $\frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 + 2ax + a}$ voidaan sieventää (supistaa)? Sievennä lauseke.
9. a) Määritä vakion a arvo niin, että yhtälön $x^2 - 2ax + a - 4 = 0$ juurien neliöiden summa on 10.
 b) Osoita, että yhtälöllä $(x + 1)(x + 3) = a^2$ on aina kaksi reaalista ratkaisua.

PALAUTA TEHTÄVÄPAPERI!

VASTAUKSET:

1.a) $x = \pm 2$, b) $x = 0$ tai $x = \frac{5}{3}$ c) $x = -\frac{3}{2}$

2.a) $x = \pm 4$ tai $x = \frac{4}{5}$ b) $x = \pm 2$ c) $x = 2$ tai $x = \frac{1}{3}$ tai $x = -5$

3.a) $x \leq -\frac{2}{3}$ tai $x \geq \frac{1}{2}$ b) $x < -2$ tai $-\frac{3}{2} < x < \frac{3}{2}$ c) $x \leq -3$ tai $-2 < x \leq 3$

4.a) nollakohdat $x = 3$, $x = -1$, huippu $(1, 4)$, kuvaaja alaspäin aukeava paraabeli
 suurin arvo 4, pienintä arvoa ei ole

b) i) $9(x+2)(x-2)$ ii) $(x-1)(x+2)(x-2)$ iii) ~~polynomi-jakoa~~

5. a) ~~$x = -\frac{1}{30}$~~ b) ~~$x = \frac{4}{74}$~~ c) ~~$x < \frac{17}{27}$~~ d) $x = 0$ tai $x = -2$

6. a) $x = -\frac{3}{2}$ b) 1,5 cm

4b)iii) $x(x^2 - 4x + 5)$ huom! ei voi jakaa enää tekijöihin,
 koska polynomilla $x^2 - 4x + 5$ ei ole nollakohtia.

7. a) noin 4740 € b) noin 27 % c) noin 1,64%

8. a) $a = 2$, $b = -3$ b) $a = -\frac{16}{9}$, sievennetty lauseke $\frac{x-2}{x+\frac{4}{9}}$

9. a) $a = 1$ tai $a = -\frac{1}{2}$ b) Osoita, että $D > 0$ kaikilla $a \in \mathbb{R}$ eli $4a^2 + 4 > 0$ toteutuu kun $a \in \mathbb{R}$

5.

a) $x = -\frac{1}{3}$ b) $x = \frac{4}{7}$ c) $x \leq \frac{19}{27}$

PALAUTA TEHTÄVÄPAPERI!